

# Exercicis tipus test UNI } Capítols I II V

## I. Introducció al model de regressió

Convocatòria Febrer-98

I.3 Per a calcular les elasticitats entre les variables  $y$ ,  $X_2$  i  $X_3$  en el model,  $y_i = AX_{2i}^\beta X_{3i}^\gamma e^u$ :

- (a) Pot estimar-se per MQO:  $\log y_i = \log A + \beta \log X_{2i} + \gamma \log X_{3i} + u_i$ . → log-log
- b) Hauria d'estimar-se per MQR:  $\log y_i = \log A + \beta \log X_{2i} + \gamma \log X_{3i} + u_i$ .
- c) No pot utilitzar-se MQO ja que el model és no lineal.
- d) Les elasticitats són equivalents a les estimacions MQO de  $y_i = \alpha + \beta X_{2i} + \gamma X_{3i} + u_i$

Convocatòria Febrer-98

## V. Hipòtesis del model de regressió múltiple

V.2 En el model de regressió bàsic, la matriu de variàncies i covariàncies dels estimadors del vector de paràmetres  $\beta$  (d'ordre  $k \times 1$ ) es defineix com  $\text{var}(\hat{\beta}) = \sigma_u^2 (X'X)^{-1}$ . Indiqui quina de les següents afirmacions no és certa:

- a) La matriu de variàncies i covariàncies es d'ordre  $k \times k$ , situant-se les variàncies dels estimadors a la diagonal principal. ✓
- b) La definició  $\text{var}(\hat{\beta}) = \sigma_u^2 (X'X)^{-1}$  s'obté suposant que es compleix la següent hipòtesi en el terme de perturbació:  $E[uu'] = \sigma_u^2 I$ . ↗  $\text{var}(u) = E(uu') = \sigma_u^2 I$
- c) La matriu de variàncies i covariàncies és una matriu simètrica. F
- d) La matriu de variàncies i covariàncies pot estimar-se de manera no esbiaixada mitjançant  $\hat{\sigma}_u^2 (X'X)^{-1}$ , on  $\hat{\sigma}_u^2 = e'e/(N-k)$ .

Convocatòria Febrer-98

V.4 Quin dels següents models és intrínsecament no lineal?:

- a)  $y_i = \alpha + \beta X_i + \gamma X_i^2 + u_i$  → lineal
- (b)  $y_i = \alpha + X_i^\beta + u_i$  → NO LINEAL
- c)  $\log y_i = \alpha + \beta \log X_i + u_i$  → lineal
- d)  $y_i = \alpha + \beta \left( \frac{1}{X_i} \right) + u_i$  → lineal

Convocatòria Febrer-98



V.7 ¿Quin dels següents models és intrínsecament no lineal respecte als paràmetres?:

a)  $y_i = \beta_1 X_{2i}^{\beta_2} X_{3i}^{\beta_3} e^u \rightarrow$  Intrínsecamente lineal ✓

b)  $y_i = \frac{1}{\beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i} \checkmark$

c)  $y_i = \beta_1 + \beta_2 \left( \frac{X_{2i}}{X_{3i}} \right) + u_i \checkmark$

✓ d)  $y_i = \beta_1 + \beta_2 \left( \frac{X_{2i}}{\beta_3} \right) + u_i \rightarrow$  No lineal

NOTA:  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  representen els paràmetres;  $y_i, X_{2i}, X_{3i}$  representen les variables.

V.14 En el model de regressió,  $y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i$  amb  $u_i \sim N(0, \sigma_u^2)$ ; només una de les següents respostes és correcta:

a)  $E(y_i) = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki}$

$E(u_i) = 0 \rightarrow$

b)  $E(y_i) = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \checkmark$

$\rightarrow E(\hat{\beta}) = \beta$

c)  $\hat{y}_i = y_i + e_i \rightarrow \{ e_i = y_i - \hat{y}_i \}$

$y_i = \hat{y}_i + e_i$

✓ d)  $E(\hat{\beta}_j) = \beta_j \quad \forall j$

Convocatòria Febrer-99

V.15 A partir del model de regressió lineal múltiple,  $y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i$  amb  $u_i \sim N(0, \sigma_u^2)$ ; llavors quina de les següents respostes no és correcta:

✓ a)  $\text{var}(y_i) = \sigma_u^2 \quad \forall i \rightarrow \text{Var}(y_i) = \text{Var}(u_i) = \sigma_u^2$

✓ b)  $E(y_i) = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki}$

✓ c)  $e_i = y_i - \hat{y}_i$

d)  $\text{var}(\hat{\beta}) = \hat{\sigma}_u^2 (X'X)^{-1}$

Convocatòria Febrer-99

Convocatòria Setembre-99

V.22 En un model de regressió múltiple que compleix totes les hipòtesis bàsiques:

X a)  $\hat{\beta}_{MQO} \approx N \left[ \sigma_u^2 (X'X)^{-1} \right]$

$\hat{\beta}_{MQO} \approx N(\beta, \sigma_u^2 (X'X)^{-1})$

X b)  $\hat{\sigma}_u^2 = \frac{e'e}{N-k}$  és un estimador no esbiaixat de  $\sigma_u^2$

Ideal

C)  $\sum_{i=1}^N e_i = 0 \checkmark$

$\det(X'X) = |X'X| \neq 0$

X d)  $\det(X'X) \rightarrow 0$

MULTICOLLINEARITAT

Convocatòria Setembre-99



V.24 En el model de regressió lineal múltiple  $y = X\beta + u$  on  $u \sim N(0, \sigma_u^2 I)$ , una de les següents respostes no és correcta:

- a)  $E(u) = 0$  ✓
- b)  $E(uu') = \sigma_u^2 I = V_{uu}(u)$  ✓
- c)  $\hat{\beta} \approx N(\beta, \sigma_u^2 (X'X)^{-1})$  ✓
- d) ~~e~~  $e = y - E(y)$ ; on e és el residu MQO

$$\begin{array}{c} \uparrow \quad \swarrow \\ V_{uu}(u) = E(uu) \\ E(u) = 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} e = y - \hat{y} \\ u = y - E(y) \end{cases}$$

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_k x_{ki} + u_i$$

$$E(y_i) = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_k x_{ki}$$

$$y_i - E(y_i) = u_i$$

$$y - E(y) = u$$

V.23 D'entre les següents especificacions que es mostren a continuació, només una és lineal respecte als paràmetres i, en conseqüència, es pot estimar aplicant MQO

- a)  $y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i}^{\beta_3} + u_i$  X
- b)  $y_i = e^{\frac{1}{\beta_1 + \beta_2 X_{2i} + u_i}}$   $\rightarrow \ln y_i = \ln e^{\frac{1}{\beta_1 + \beta_2 X_{2i} + u_i}} = \frac{1}{\beta_1 + \beta_2 X_{2i} + u_i}$
- c)  $y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 \left( \frac{X_{3i}}{\beta_4} \right) + u_i$  X  $= \frac{1}{\beta_1 + \beta_2 X_{2i} + u_i}$
- d)  $y_i = \beta_1 + \beta_2^{\beta_3} X_{2i} + u_i$  X

